Workshop: Computer Aided Engineering zur Auslegung von Flugsteuerungs- und Hydrauliksystemen

Dipl.-Ing. Dieter Scholz, M.S.M.E.

Technische Universität Hamburg-Harburg / Deutschland

Zusammenfassung

Die Auslegung komplexer Flugzeugsysteme kann heute sinnvoll nur mit Hilfe von Computerunterstützung erfolgen. Aus diesem Grunde entwickelt die Technische Universität Hamburg-Harburg in engem Kontakt mit der Daimler-Benz Aerospace Airbus GmbH ein benutzerfreundliches CAE-Tool für den Entwurf von Flugsteuerungs- und Hydrauliksystemen. Das CAE-Tool ist modular aufgebaut. Spezielle Module stehen für die Berechnung der flugzeugseitigen Anforderungen an das Hydrauliksystem zur Verfügung. Vorgestellt wird hier das Modul zur Berechnung hydraulischer Netze, welches zwar auf die Besonderheiten im Flugzeugbau abgestimmt ist, jedoch genauso auf andere Gebiete der Hydraulik angewandt werden kann.

Das Hydraulikmodul ermöglicht die stationäre Analyse der komplexen zentralen Hydrauliksysteme in unterschiedlichen Flugphasen unter Normal- und Ausfallzuständen. In dem Programm werden insbesondere auch flugzeugspezifische Komponenten wie mechanisch fest gekoppelte Pumpen- / Motoreneinheiten für einen Energietransfer zwischen getrennten zentralen hydraulischen Systemen mathematisch modelliert. Grundlage des Hydraulikmoduls ist die "Linear-Theory-Method" mit p-q-Gleichungen, die im Vergleich zur bekannten "Hardy-Cross-Method" oder zur "Newton-Raphson-Method" viele Vorteile aufweist.

Insbesondere durch die konsequente Berücksichtigung flugzeugspezifischer Fragestellungen will das CAE-Tool eine Lücke im Softwareangebot schließen.

1. Einleitung

Die Lage eines Flugzeuges im Raum wird durch das Flugsteuerungssystem kontrolliert. Dazu stehen verschiedene Steuerflächen zur Verfügung. Zur primären Flugsteuerung gehören Höhenruder und Höhenflosse (Nicken), Seitenruder (Gieren), Querruder (Rollen) und Spoiler (Rollen und Luftbremse). Zur sekundären Flugsteuerung gehören die Landeklappen und die Vorflügel, die die Aufgabe haben, den Auftriebsbeiwert des Flügels bei Start und Landung zu erhöhen.

Bei kleinen Flugzeugen können die Steuerflächen direkt mit der Muskelkraft des Piloten betätigt werden. Mit wachsender Flugzeuggröße und Fluggeschwindigkeit nehmen die erforderlichen Handkräfte immer mehr zu, so daß moderne Transportflugzeuge fast ausschließlich hydraulische Servostellantriebe als Kraftverstärkung nutzen /1/. Diese Stellantriebe sind in der Regel an zentrale hydraulische Energieversorgungssysteme angeschlossen, von denen mehrere strikt voneinander getrennt im Flugzeug vorhanden sind. Neben der Flugsteuerung ist das Fahrwerksystem ein weiterer wichtiger Verbraucher in diesen Hydrauliksytemen. Das Fahrwerksystem beinhaltet die Fahrwerksbremsen, Bugradlenkung sowie die Betätigungsmechanismen zum Ein- und Ausfahren der Fahrwerke. /2/

2. Auslegung von Flugsteuerungs- und Hydrauliksystemen

Die Auslegung des hydraulisch-mechanischen Teils der Flugsteuerung moderner Passagierflugzeuge erfordert folgende Schritte:

1.) Ermittlung von zur Verfügung stehenden Einbauräumen für die Stellsysteme;
2.) Berechnung von erforderlichen Aktuatorkräften;
3.) Optimaler Einbau der Stellsysteme in die vorhandenen Einbauräume;
4.) Ermittlung von erforderlichen Aktuator-Laufgeschwindigkeiten;
5.) Ermittlung einer optimalen Anbindung der verschiedenen zentralen Hydrauliksysteme an die Stellsysteme;
6.) Auslegung der Aktuatoren unter Beachtung geforderter dynamischer Parameter.

Unter Beachtung weiterer Verbraucher der Hydrauliksysteme (z.B. des Fahrwerks) erfolgt die Auslegung des Hydrauliksystems durch:

7.) Stationäre Berechnung der hydraulischen Netze im Flugzeug in unterschiedlichen Flugphasen unter Normal- und Ausfallzuständen.

Im zivilen Bereich ist eine Systemoptimierung letztlich immer eine Suche nach einem ökonomischen Optimum. Es ist folglich erforderlich:

8.) Entwurfsbewertung durch eine Betriebskostenschätzung als Ansatz für eine Entwurfsoptimierung.

Hier soll nur auf Punkt 7.) eingegangen werden. Es soll gezeigt werden, aus welchen Gründen die "Linear-Theory-Method" - gegenüber anderen - als die geeignetste Methode zur stationären Berechnung hydraulischer Netze im Flugzeug ausgewählt wurde.

3. Stationäre Berechnung hydraulischer Netze

3.1 Begriffsdefinitionen

Hydraulische Netze lassen sich entsprechend ihrer Struktur in folgende Klassen einteilen:

- o Ketten,
- o Bäume,
- o parallele Ketten,
- o Netze.

Eine **Kette** ist eine Serienschaltung von Elementen. Bei **Bäumen** können an Knotenpunkten einer Kette andere Ketten abzweigen, wobei jedoch keine Maschen ausgebildet werden dürfen. Unter **parallelen Ketten** sollen solche Strukturen verstanden werden, die sich als Kombination aus Parallel- und Serienschaltungen darstellen lassen. Ein **Netz** stellt die allgemeinste Struktur dar. Es darf eine beliebige Anordnung von Elementen enthalten. Insbesondere sind auch Querverbindungen erlaubt, wie sie z.B. in Brückenschaltungen auftreten. Ketten, Bäume und parallele Ketten lassen sich - abhängig von der jeweiligen Fragestellung - bekanntlich vergleichsweise einfach berechnen /3/. Die Berechnung von Netzen in ihrer allgemeinen Form erfordert jedoch spezielle Methoden, die im folgenden beschrieben und verglichen werden.

Ein hydraulisches Netz besteht aus J **Knoten** und X Elementen (z. B. Widerstände, Pumpen, Motore, Zylinder). X **Stränge** verbinden Knoten über Elemente. In den Strängen fließen (interne) Volumenströme Q bei einem Druckverlust Δp. Knoten, in denen der Druck bekannt ist, werden als **Quellen** bezeichnet (Anzahl: M). Knoten, in denen der Druck unbekannt ist, werden als **Senken** bezeichnet (Anzahl: N). An Knoten kann ein Druck p gemessen werden. An Knoten kann weiterhin ein **externer Volumenstrom** q ein- bzw. austreten. Eine **Masche** stellt einen geschlossenen Umlauf auf einem Pfad dar. C **Basismaschen** enthalten keine weiteren Maschen in sich und können ergänzt werden durch maximal $M\text{-}1$ **Pseudomaschen,** die jeweils zwei Quellen miteinander verbinden. Die Anzahl der Knoten $J = M + N$ und die der C Basismaschen steht in Beziehung zur Anzahl der Stränge X über

$$X = J + C - 1 \quad . \tag{1}$$

3.2 Gleichungssysteme

Die stationäre Berechnung hydraulischer Netze beruht auf den Knoten- und Maschengleichungen, wie sie z.B. aus der Elektrotechnik bekannt sind

$$\sum_{i=1}^{k} Q_i = 0 \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{l} \Delta p_j = 0 \quad . \tag{3}$$

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, aus diesen Grundgleichungen Gleichungen zur stationären Berechnung hydraulischer Netze aufzustellen. Dieses Kapitel stellt eine Systematik der Gleichungen zur stationären Berechnung hydraulischer Netze für den sich anschließenden Methodenvergleich zusammen. Das Hydraulikmodul des CAE-Tools arbeitet mit p-q-Gleichungen.

Q-Gleichungen zur Beschreibung hydraulischer Netze enthalten die internen Volumenströme Q in den Strängen als primäre Unbekannte. Weitere unbekannte Größen können durch nachfolgende Rechnungen aus den dann bekannten, internen Volumenströmen Q bestimmt werden. Um ein komplettes Gleichungssystem zu erhalten, werden

1.) die Knotengleichungen an jeder Senke ausgewertet (die q_j sind bekannt)

$$\sum Q_x + q_j = 0, \qquad \text{für alle Senken } j = 1, \ldots, N \tag{4}$$

2.) die Maschengleichungen für alle Basis- und Pseudomaschen ausgewertet

$$\sum R_x \, Q_x^n = 0, \qquad \text{für alle Maschen } c = 1, \ldots, C, C+1, \ldots, C+M-1 \ . \tag{5}$$

Dies ergibt $N + C + M - 1 = X$ unabhängige Gleichungen zur Bestimmung der X internen Volumenströme Q. Für den Exponenten n wird in der Regel gewählt: $n = 2$. Gl. 5 kann auch linearisiert werden:

$$\sum R_x' \, Q_x = 0, \qquad \text{für alle Maschen } c = 1, \ldots, C, C+1, \ldots, C+M-1 \tag{6}$$

mit

$$R_x' = R_x \, |Q_x|^{n-1} \quad . \tag{7}$$

p-Gleichungen enthalten die Drücke p in den Senken als primäre Unbekannte. Wie bei den Q-Gleichungen wird für jede Senke die Kontinuitätsgleichung ausgewertet (Gl. 4). Mit Q aus

$$Q_x = \left(\frac{p_i - p_j}{R_x}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{8}$$

bzw. linearisiert aus

$$Q_x = C_x' \, (p_i - p_j) \tag{9}$$

(C'_x ist der linearisierten Leitwert) erhält man N unabhängige Gleichungen zur Bestimmung der N unbekannten Drücke p in den Senken:

$$\sum\left(\frac{p_i - p_j}{R_x}\right)^{\frac{1}{n}} + q_j = 0, \qquad \text{für alle Senken } j = 1, \ldots, N \tag{10}$$

bzw. linearisiert

$$\sum C_x' (p_i - p_j) + q_j = 0, \qquad \text{für alle Senken } j = 1, \ldots, N. \tag{11}$$

Die externen Volumenströme q_j in den Senken müssen dabei bekannt sein. Der linearisierte Leitwert C'_x ist

$$C_x' = \frac{|p_i - p_j|^{\frac{1}{n} - 1}}{R_x^{\frac{1}{n}}} \quad . \tag{12}$$

p-q-Gleichungen unterscheiden sich von p-Gleichungen dadurch, daß die externen Volumenströme q nicht aus einer nachfolgenden Rechnung bestimmt werden, sondern als Unbekannte im Gleichungssystem zusammen mit den primären Unbekannten p enthalten sind. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, daß externe Volumenströme in Senken unbekannt sein dürfen, solange die Lösbarkeitsbedingungen (vergl. Kapitel 3.3) erfüllt sind; der Nachteil besteht darin, daß das Gleichungssystem größer wird. Die Knotengleichungen werden für alle Quellen und Senken aufgestellt. Analog zu Gl. 4 ist

$$\sum Q_x + q_j = 0, \qquad \text{für alle Knoten } j = 1, \ldots, J. \tag{13}$$

Man erhält $M + N = J$ Gleichungen zur Bestimmung der N unbekannten Drücke p und M unbekannten externen Volumenströme q:

$$\sum\left(\frac{p_i - p_j}{R_x}\right)^{\frac{1}{n}} + q_j = 0, \qquad \text{für alle Knoten } j = 1, \ldots, J \tag{14}$$

bzw. linearisiert mit C'_x nach Gl. 12

$$\sum C_x' \, (p_i - p_j) + q_j = 0, \qquad \text{für alle Knoten } j = 1, \ldots, J \tag{15}$$

ΔQ-Gleichungen zielen primär auf die Bestimmung der internen Volumenströme Q ab. Hierzu werden Korrekturvolumenströme ΔQ eingeführt, die in den Basismaschen zirkulieren und somit den angenommenen internen Volumenströmen überlagert sind. Die Korrekturvolumenströme ΔQ_c sind so definiert, daß gilt: Wenn alle $\Delta Q_c = 0$, dann erfüllen die internen Volumenströme Q_x sowohl die Knoten- als auch die Maschengleichungen. Zum Aufstellen des Gleichungssystems werden sowohl die Basis- als auch die Pseudo-Maschen benötigt:

$$\sum R_x \left(Q_x + \Sigma \Delta Q_c\right)^n = 0, \quad \text{für alle Maschen } c = 1, \ldots, C, C+1, \ldots, C+M \tag{16}$$

Man erhält $C + M - 1$ Gleichungen zur Berechnung der $C + M - 1$ unbekannten Korrekturvolumenströme ΔQ_c . Linearisierung: Unter Beachtung nur der ersten zwei Terme des Binomischen Satzes /11/ gilt

$$\sum R_x \left[Q_x^n + n\, Q_x^{n-1}\, \Sigma \Delta Q_c\right] = 0, \quad \text{für alle Maschen } c = 1, \ldots, C, C+1, \ldots C+M-1 \tag{17}$$

und mit Gl. 7

$$\sum R_x' \left[Q_x + n\, \Sigma Q_c\right] = 0, \quad \text{für alle Maschen } c = 1, \ldots, C, C+1, \ldots, C+M-1. \tag{18}$$

Δp-Gleichungen zielen primär auf die Bestimmung der Drücke p in den Knoten ab. Hierzu werden Korrekturdrücke Δp eingeführt, die zu den Drücken p in den Knoten addiert werden. Die Korrekturdrücke Δp_j sind so definiert, daß gilt: Wenn alle $\Delta p_j = 0$, dann erfüllen die Drücke p_j sowohl die Knoten- als auch die Maschengleichungen. Zum Aufstellen des Gleichungssystems werden die Knotengleichungen analog zu Gl. 10 herangezogen:

$$\sum_{\text{alle i verbunden mit j durch x}} \left[\frac{(p_i + \Delta p_i) - (p_j + \Delta p_j)}{R_x}\right]^{\frac{1}{n}} + q_j = 0, \quad \text{für alle Senken } j = 1, \ldots, N. \tag{19}$$

Man erhält N Gleichungen zur Berechnung der N unbekannten Korrekturdrücke Δp_j. Gl. 19 kann analog zu Gl. 11 linearisiert werden.

Alle Gleichungssysteme sind nichtlinear und können nur iterativ gelöst werden (vergl. Kapitel 3.4 / 3.5).

3.3 Lösbarkeit

In der Literatur /4/, /5/, /6/ werden diverse Angaben zur Lösbarkeit gemacht. Für die hier gemachten Betrachtungen ist es ausreichend, die Widerstände im Netz als bekannt vorauszusetzen. Dann können die Regeln nach /6/ folgendermaßen vereinfacht werden:

1. Regel der Anzahl der Unbekannten

   Die Anzahl der Unbekannten muß gleich der Anzahl der Knoten im Netzwerk sein.

2. Regel der minimalen Anzahl

   Mindestens ein Druck muß bekannt sein, und mindestens ein externer Volumenstrom muß unbekannt sein.

3. Regel der Verteilung der Unbekannten

   Betrachtet man einen beliebigen Knoten des Netzes, so muß entweder der externe Volumenstrom im Knoten oder der Druck im Knoten (oder in einem angrenzenden Knoten) unbekannt sein.

Von einem iterativen Verfahren zur Berechnung hydraulischer Netze kann natürlich nur dann Konvergenz erwartet werden, wenn das Problem überhaupt eine Lösung hat. Daher ist es sinnvoll, die Lösbarkeit zu überprüfen, bevor die Berechnung eines komplexen Netzes begonnen wird.

3.4 Herkömmliche Berechnungsverfahren

Die Methode nach *Cross* /7/ von 1936 ist die älteste und am weitesten verbreitete Methode /8/. *Cross* arbeitet sowohl mit Δp- als auch ΔQ-Gleichungen. Es wird kein Gleichungssystem aufgestellt. Die Gleichungen werden einzeln und iterativ gelöst. Die "klassische" **Hardy-Cross-Method** ist diejenige mit ΔQ-Gleichungen /7/. Es handelt sich um ein

1.) Sequentielles Verfahren (jede Masche wird während eines Iterationsschrittes einzeln betrachtet);

2.) Gesamtschrittverfahren (jede Masche wird während eines Iterationsschrittes unabhängig von bereits berechneten ΔQ anderer Maschen betrachtet).

Um die Konvergenz der Methode zu beschleunigen, wurden **Varianten** entwickelt:

- o Einzelschrittverfahren statt Gesamtschrittverfahren: Die ΔQ werden sofort in die weitere Berechnung aufgenommen, sobald sie bekannt sind und nicht erst, nachdem ein Iterationsschritt für alle Maschen und Pseudo-Maschen durchgeführt wurde /9/.
- o Simultanes Verfahren statt sequentiellem Verfahren: Es wird ein lineares Gleichungssystem aufgestellt und gelöst /10/.

Diese Varianten können jedoch die generellen Nachteile der Hardy-Cross-Method nicht beseitigen (vergl. Tab. 1).

Die **Newton-Raphson-Method** zur Berechnung hydraulischer Netze basiert auf der Newton-Methode zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme /11/. Das Gleichungssystem wird aus p-Gleichungen /12/, /13/ oder ΔQ-Gleichungen /14/, /15/ gebildet.

3.5 Das Berechnungsverfahren des Hydraulikmoduls zum CAE-Tool

Das Hydraulikmodul arbeitet mit der **Linear-Theory-Method**, die bisher in Deutschland wenig Beachtung gefunden hat. Die Linear-Theory-Method wurde zum ersten Mal /6/ durch *McIlroy* /16/ im Jahre 1949 vorgeschlagen. *McIlroy* verwendetet linearisierte ΔQ-Gleichungen. Da die Linear-Theory-Method bei den damaligen Handrechnungen in der Praxis nur auf Netze mit wenigen Maschen angewandt werden konnte /16/, wurde die Methode zunächst nicht beachtet. Später wurden - vor allem in den USA - Computerprogramme erstellt, die auf der Linear-Theory-Method aufbauen /17/ (linearisierte Q-Gleichungen), /18/, /19/ (linearisierte p-Gleichungen). Das Hydraulikmodul zum CAE-Tool arbeitet hingegen mit linearisierten p-q-Gleichungen. Das aufgestellte lineare Gleichungssystem wird mit einem geeigneten Algorithmus /11/, /20/ gelöst. Der Gauß-Algorithmus mit Dreieckzerlegung und skalierter Spaltenpivotsuche /20/ hat sich im Hydraulikmodul bewährt. Nachdem das Gleichungssystem gelöst wurde, werden die linearisierten Leitwerte (Gl. 12) neu bestimmt und das lineare Gleichungssystem erneut berechnet. Da die Iteration überschwingen kann, müssen die linearisierten Leitwerte C_x' mit einem Dämpfungsfaktor K_C mit $0 \leq K_C \leq 0{,}5$ gedämpft werden:

$$_{(t+1),in}C_x' = (1 - K_C) \cdot {}_{t,out}C_x' + K_C \cdot {}_{t,in}C_x' \quad .$$

Der Eingangsleitwert in die t-te Iteration wird mit dem Ausgangsleitwert der t-ten Iteration gemittelt, um den Eingangsleitwert der (t+1)-ten Iteration zu erhalten.

Die Behandlung von Komponenten im Hydrauliksystem, die nicht durch einfache Widerstände darstellbar sind, erfordert bei allen Verfahren mehr oder weniger aufwendige Zusatzüberlegungen. Um die Arbeitsweise des Hydraulikmoduls zu zeigen, wird im Vortrag eine Beispielrechnung am PC durchgeführt.

3.6 Vorteile der Linear-Theory-Method mit p-q-Gleichungen

Tab. 1 zeigt einen Vergleich der Verfahren. Der Vergleich beruht auf allen vorgenannten Literaturstellen zur Berechnung hydraulischer Netze - insbesondere auf /6/ und /21/. Diese Information wurde durch eigene Erfahrungen ergänzt. Die wesentlichen Vorteile der Linear-Theory-Method mit p-q-Gleichungen sind:

- o Es müssen keine Startwerte eingegeben werden.
- o Konvergenzprobleme sind nicht bekannt.

- o Netze können Senken mit unbekannten externen Volumenströmen enthalten.
- o Gegenüber anderen Verfahren, die auf Maschengleichungen beruhen, eignet sich dieses Verfahren erheblich besser für Computerprogramme, die das Gleichungssystem aus den Eingaben über eine graphische Benutzeroberfläche erstellen.

Literaturverzeichnis

/1/ Raymond, E.T.; Chenoweth, C.C. Aircraft Flight Control Actuation System Design, Society of Automotive Engineers, USA, 1993.

/2/ Ivantysynova, M. Flugzeug-Systemtechnik an der Technischen Universität Hamburg-Harburg (TUHH), Ölhydraulik und Pneumatik, 38(1994) Nr. 5, S. 262-269.

/3/ Streeter, V.L.; Wylie, E.B. Fluid Mechanics, McGraw-Hill, USA, 1985.

/4/ Shamir, U.; Howard, C.D.D. Engineering Analysis of Water Distribution Systems, Journal of the American Water Works Association, (1977), 69(9), S. 510-514.

/5/ Gofman, E.; Rodeh, M. Loop Equations with Unknown Pipe Characteristics, Journal of the Hydraulics Division, American Society of Civil Engineers, 107(9), 1981, S. 1047-1060.

/6/ Bhave, P.R.: Analysis of Flow in Water Distribution Networks, Technomic, USA, 1991.

/7/ Cross, H.: Analysis of Flows in Networks of Conduits of Conductors, Bulletin Univ. of Illinois, Engineering Experimental Station, No. 22, 1936, S. 1-29.

/8/ Wood, D.J.; Rayes, A.M. Reliability of Algorithms for Pipe Network Analysis, J. of the Hydraulics Div., Am. Soc. of Civil Engineers, 107(HY10), 1981, S. 1145-1161.

/9/ Dubin, Ch. Le Calcule des Réseaux Maillés, La Houille Blanche, Mai-Juin, 1947, S. 213-227.

/10/ Endres, W. Rohrnetze: Stationäre Berechnung nach dem Simultanen Approximationsverfahren, in: Zielke, W.: Elektronische Berechnung von Rohr- und Gerinneströmungen, Erich Schmidt Verlag, 1974.

/11/ Bronstein; Semendjajew — Taschenbuch der Mathematik, Teubner, 1979.

/12/ Martin, D.W.; Peters, G. — The Application of Newton's Method to network Analysis by Digital Computer, J. of the Inst. of Water Engineers, Vol. 17, 1963, S. 115-129.

/13/ Shamir, U.; Howard, D.D. — Water Distribution Systems Analysis, J. of the Hydraulics Div., American Soc. of Civil Engineers, 94(HY1), 1968, S. 219-234.

/14/ Epp, R.; Fowler, A.G. — Efficient Code for Steady-State Flows in Networks, J. of the Hydraulics Div., American Soc. of Civil Engineers, 96(HY1) 1970, S. 43-56.

/15/ Nier, R. — Dimensionierung von ölhydraulischen Leitungssystemen, Teil 1: Berechnungsmethode, Ölhydraulik und Pneumatik, 25 (1981) Nr. 5, S. 394-398.

/16/ McIlroy, M.S. — Pipeline Network Flow Analysis Using Ordinary Algebra, J. Am. Water Works Assoc., 41(6), 1949, S. 422-428.

/17/ Wood, D.J.; Charles, C.O.A. — Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory, J. of the Hydraulics Div., American Soc. of Civil Engineers, 98(HY7), 1972, S. 1157-1170.

/18/ Collins, A.G.; Johnson, R.L. — Finite-Element Method for Water-Distribution Networks, J. Am. Water Works Assoc., 67(7), 1975, S. 385-389.

/19/ Issacs, L.T.; Mills, K.G. — Linear Theory Methods for Pipe Network Analysis, J. of the Hydraulics Div., American Soc. of Civil Engineers, 106(HY7), 1980, S. 1191-1201.

/20/ Engeln-Müllges, G.; Reutter, F. — Numerik Algorithmen mit ANSI C-Programmen, BI-Wiss.-Verl., 1993.

/21/ Vasudeo Rao, B. — Finite Element Analysis of Flow Networks, Engineering Analysis, Southampton, England: Computational Mechanics Publications, 4(1), 1987, S.35-39.

	Hardy-Cross-Method		Newton-Raphson-Method		Linear-Theory-Method		
Eigenschaft	Ausgleich der Druckverluste	Ausgleich der Durchflüsse	Knotengleichungen	Maschen-gleichungen	Durchflüsse	Drücke in Knoten (Finite Element Method)	Drücke in Knoten (Finite Element Method)
Gleichungen	ΔQ-Gleichungen	Δp-Gleichungen	p-Gleichungen	ΔQ-Gleichungen	Q-Gleichungen	p-Gleichungen	p-q-Gleichungen
Anzahl der Unbekannten	C+M-1 Minimum	N Durchschnitt	N Durchschnitt	C+M-1 Minimum	N+M+C-1 Maximum	N Durchschnitt	N+M Durchschnitt
Startwerte	notwendig				nicht notwendig		
Berechnungsart	seqentielles Lösungsverfahren		simultanes Lösungsverfahren				
Anwendbarkeit für Hand-rechnungen	Anwendbar. Netze mit mehreren Knoten können analysiert werden wenn genügend Zeit vorhanden ist.		Nicht anwendbar (mit Ausnahme von sehr kleinen Netzen)				
Anzahl der Iterationen	normalerweise groß		normalerweise klein (i.d.R. nicht mehr als ca. 10 Iterationen)				
Einfluß der Netzgröße auf die Anzahl der Iterationen	steigt mit der Größe des Netzes		in der Regel unabhängig von der Größe des Netzes				
Rechenzeit pro Iterations-schritt	gering		groß				
Einfluß der Netzgröße auf die Rechenzeit pro Itera-tionsschritt	steigt langsam mit der Größe des Netzes		steigt schnell mit der Größe des Netzes				
Konvergenz-probleme	möglich				gemäß Literaturrecherche: nicht vorhanden		
Platzbedarf im Hauptspei-cher	klein, steigt langsam mit zunehmender Größe des Netzes		groß, steigt schnell mit zunehmender Größe des Netzes				
unbekannte externe Volu-menströme in Senken	Berechnung nicht möglich						Berechnung möglich
Ableitung von Element-Kennlinien	nicht erforderlich		erforderlich		nicht erforderlich		
Information erforderlich über Verknüpfung von ...	Knoten, Maschen, Pseudo-Maschen	Knoten		Knoten, Maschen, Pseudo-Maschen		Knoten	

Tabelle 1: Vergleich von Verfahren zur Berechnung hydraulischer Netze